ТЕМА: «РЕШЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ».

ЛЕКЦИЯ № 1.

Тема: «Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс».

Определение. Арксинусом числа *a* называется такое число α из отрезка $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$, что его синус равен α .

Обозначается arcsin *a* , т. е. arcsin *a*= α , если sin α =*a*, где $-\frac{\pi}{2} \le \alpha \le \frac{\pi}{2}$, $-1 \le a \le 1$.

Значения арксинуса можно найти по таблицам или пользуясь калькулятором.

ЗАМЕЧАНИЕ: arcsin (-*a*) = - arcsin *a*.

Пример:

а) arcsin $\frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$, б) arcsin $(-\frac{\sqrt{3}}{2}) = -\frac{\pi}{3}$.

Определение. Арккосинусом числа *a* называется такое число α из отрезка $[0;\pi]$, что его косинус равен α .

Обозначается arccos *a*, т.е. arcos *a*= α , если cos α = *a*, где $-\pi \le \alpha \le \pi$, $-1 \le a \le 1$.

ЗАМЕЧАНИЕ: arccos(- *a*) = π - arccos *a*.

Пример:

а) arccos $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$; б) arccos $(-\frac{1}{2}) = \frac{2\pi}{3}$.

Определение. Арктангенсом числа *a* называется такое число α из интервала $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$, что его тангенс равен *a*.

Определение. Арккотангенсом числа *a* называется такое число α из интервала $(0 ; \pi)$, что его котангенс равен *a*.

ЗАМЕЧАНИЕ: arctg (-*a*)= - arctg *a;* arcctg (-*a*) = π - arcctg *a*.

Пример:

а) arctg (-1)=$-\frac{\pi}{4}$, arcctg $\sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$.

Задание для самостоятельной работы:

Найдите значения выражений:

1) arcsin 0 + arcos 0; 2) arcsin $(-\frac{\sqrt{2}}{2})$ + arcos $\frac{1}{2}$;

3) arcsin $\frac{\sqrt{3}}{2}$ + arcos $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) arcsin(-1) +arcos $\frac{\sqrt{3}}{2}$;

5) arcos $(-\frac{\sqrt{2}}{2})$ – arcsin(-1); 6) arcos$(-\frac{\sqrt{3}}{2})$ + arcsin$(-\frac{\sqrt{3}}{2})$;

7) arcctg 1 - arcctg $\sqrt{3}$; 8) arctg $\frac{1}{\sqrt{3}}$ + arctg $\sqrt{3}$.

ЛЕКЦИЯ №2.
Тема: «Решение простейших тригонометрических уравнений».

Для решения простейших тригонометрических уравнений мы будем пользоваться следующей таблицей.

sin x = *a*	x = $(-1)^n$ arcsin *a* + πn, n$\in$Z	arcsin(-*a*) = -arcsin *a;* $\lvert a\rvert \le 1$.
cos x = *a*	x = $\pm$ arccos *a* + 2πm, n$\in$Z	arccos(-*a*) = π - arcos *a;* $\lvert a\rvert \le 1$.
tg x = *a*	x = arctg *a* + πn, n$\in$Z	arctg(- *a)* = - arctg *a*.
ctg x = *a*	x = arcctg *a* + πn, n$\in$Z	arcctg(- *a)* = π-arcctg *a*.

ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ:

1) **sin x** = 0; x = πn, n$\in$Z. **sin x = 1**; x = $\frac{\pi}{2}$ + 2πn, n$\in$Z.

sin x = -1; x = -$\frac{\pi}{2}$ + 2πn, n$\in$Z.

2) **cos x = 0;** x = $\frac{\pi}{2}$ + πn, n$\in$Z. **cos x = 1**; x = 2πn, n$\in$Z.
cos x = -1; x = π +2 πn, n$\in$Z.

3) **tg x = 0**; x = πn, n$\in$Z.

4) **ctg x = 0;** x = $\frac{\pi}{2}$ + πn, n$\in$Z.

Примеры решения:

Пример 1. Решите уравнение cos x = $\frac{1}{2}$; x = $\pm$ arccos $\frac{1}{2}$ + 2πm, n$\in$Z;

x = $\pm\frac{\pi}{3}$ + 2πm, n$\in$Z.

Пример 2. Решите уравнение cos (2x - $\frac{\pi}{4}$) = - $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2x - $\frac{\pi}{4}$ = $\pm$ arccos (- $\frac{\sqrt{3}}{2}$) + 2πm, n$\in$Z; 2x - $\frac{\pi}{4}$ = $\pm\frac{5\pi}{6}$ + 2πn, n$\in$Z; 2x = $\frac{\pi}{4}\pm\frac{5\pi}{6}$ + 2πn, n$\in$Z; / 2

x = $\frac{\pi}{8}\pm\frac{5\pi}{12}$ + πn, n$\in$Z; x_1= $\frac{\pi}{8}+\frac{5\pi}{12}$ + πn, x_1 = $\frac{13\pi}{24}$ + πn, n$\in$Z

x_2 = $\frac{\pi}{8}-\frac{5\pi}{12}$ + πn, x_2 = - $\frac{7\pi}{24}$ + πn, n$\in$Z.

Пример 3. Решите уравнение: $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; $x = (-1)^{n+1}\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} + \pi n,\ n \in Z$; $x = (-1)^{n+1}\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$. (Обратите внимание, что если синус равен отрицательному числу, то у (-1) степень становится n+1, т.к. по примечанию $\arcsin(-a) = -\arcsin a$. Применяя свойства степени $(-1)^n(-1)=(1)^{n+1}$.Нужно запомнить.)

Пример 4. Решите уравнение: $\sqrt{2}\sin x - 1 = 0$; $\sqrt{2}\sin x = 1$; $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$; ($\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$) $x = (-1)^n\arcsin\frac{1}{\sqrt{2}} + \pi n,\ n \in Z$; $x = (-1)^n\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$.

Пример 5. Решите уравнение: $\sin 2x \cos 2x = -\frac{1}{4}$; ($2\sin x \cos x = \sin 2x$; $\sin x \cos x = \frac{1}{2}\sin 2x$)

$\frac{1}{2}\sin 4x = -\frac{1}{4}$;

$\sin 4x = -\frac{1}{2}$;

$4x = (-1)^{n+1}\arcsin\frac{1}{2} + \pi n,\ n \in Z$;

$4x = (-1)^{n+1}\frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$;

$x = (-1)^{n+1}\frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{4}, n \in Z$.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ:

1) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $\cos x = -\frac{1}{2}$; 3) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $\cos x = -1$.

5) $2\cos x + \sqrt{3} = 0$; 6) $2\cos x - 1 = 0$; 7) $\sqrt{2}\cos x - 1 = 0$.

8) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; 10) $\sin x = -\frac{1}{2}$; 11) $\sin x = 0$.

12) $2\sin x + \sqrt{3} = 0$; 13) $2\sin x - 1 = 0$; 14) $2\sin x \sin x = \frac{1}{2}$; 9) $+\sqrt{2} = 0$.

15) $\operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$; 16) $\operatorname{tg} x = 1$; 17) $\operatorname{ctg} x = \sqrt{3}$; 18) $\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

19) $\cos\frac{x}{3} = -\frac{1}{2}$; 20) $\sin\frac{x}{4} = \frac{1}{2}$; $\cos 4x = 0$.

21) $2\cos(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}) = \sqrt{3}$; 22) $2\sin(3x - \frac{\pi}{4}) = -\sqrt{2}$; 23) $\sqrt{3}\operatorname{tg}(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{3}) = \sqrt{3}$;

24) $\sin 3x\cos x - \cos 3x\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; 25) $\sin^2\frac{x}{4} - \cos^2\frac{x}{4} = 1$.