Занятие. Степень и корни с произвольным действительным показателем, её свойства. Вспомнить свойства степени с рациональным показателем.

$\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n \text{ раз}}=a^n$ для натурального n

a^n – степень; а – основание степени; n – показатель степени.
Для степени с рациональным показателем n:

Действия со степенями:

1) $(abc)^n=a^nb^nc^n$;
2) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n=\dfrac{a^n}{b^n}$;
3) $a^na^m=a^{n+m}$;
4) $(a^n)^m=a^{n\cdot m}$;
5) $\dfrac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$;
6) $\dfrac{1}{a^n}=a^{-n}$;
7) $a^0=1,\ a\neq 0$.

Свойства корня:

1) $\sqrt[m]{abc}=\sqrt[m]{a}\cdot\sqrt[m]{b}\cdot\sqrt[m]{c}$;
2) $\sqrt[m]{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}}$;
3) $\sqrt[m]{a^n}=a^{\frac{n}{m}}$;
4) $\left(\sqrt[m]{a^n}\right)^p=\sqrt[m]{a^{np}}$;
5) $\sqrt[m]{a^n}=\sqrt[m\cdot p]{a^{n\cdot p}}$ основное свойство корня;
6) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n=a$ определение корня.

****

1. Вычислить:

1) $\left(\dfrac{c^6}{c^3}\right)^2=\dfrac{c^{12}}{c^6}=c^6$;

2) $\left(\dfrac{a\cdot b}{b^2}\right)^3=\left(\dfrac{a}{b}\right)^3=\dfrac{a^3}{b^3}$;

3) $c^{12}\cdot c^{-8}=c^4$;

4) $\dfrac{1}{b^3}=b^{-3}$;

5) $\dfrac{c^0\cdot c^{10}}{c^{12}}=\dfrac{c^{10}}{c^{12}}=c^{-2}$;

6) $\dfrac{b^2}{b^4}\cdot a=b^{-2}\cdot a=\dfrac{a}{b^2}$;

7) $\left(\dfrac{c}{b^3}\right)^2=\dfrac{c^2}{b^6}=\dfrac{2^2}{3^6}=\dfrac{4}{243\cdot 3}$, если $c=2$, $b=3$;

8) $b^{13}\cdot b^{-15}=b^{-2}$, если $b=5$, $a=4$.

2. Упростить:

1) $\left(-\dfrac{2a^4b^3c}{3b^4a^6c^2}\right)^3=-\dfrac{2^3a^{12}b^9c^3}{3^3b^{12}a^{18}c^6}=-\dfrac{8}{27b^3a^6c^3}$;

2) $\left(\dfrac{2x^3y^2n^0}{7x^2y^3c}\right)^4=\dfrac{2^4x^4}{7^4y^4c^4}=\left(\dfrac{2x}{7yc}\right)^4$;

3) $\dfrac{4a^{3n}b^{2m-1}c^{4n-3}}{2a^{3n-3}b^{n-1}c^{4n-3}}$;

4) $\dfrac{z^4y^{-5}x^6}{26zy^0}=\dfrac{z^3y^{-5}x^6}{26}$.

3. Извлечь арифметический корень:

1) $\sqrt[3]{27\cdot 1000\cdot 125}=3\cdot 10\cdot 5=150$;

2) $\sqrt{4\cdot 9}=2\cdot 3=6$;

4) $\sqrt[3]{8\cdot 125}=2\cdot 5=10$;

5) $\sqrt{\dfrac{25}{16}\cdot 49}=\dfrac{5}{4}\cdot 7=\dfrac{35}{4}$;

3) $\sqrt{100\cdot 49}=10\cdot 7=70$;

6) $\sqrt{\frac{400}{10000}\cdot 121}=\frac{20}{100}\cdot 11=\frac{22}{10}=\frac{11}{5}$.

Для более подготовленных студентов:
Вычислить

1) $3^{\sqrt{45}}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{20}}-\left(\left(\frac{1}{4}\right)^{2}\right)^{-0,25}\cdot 36^{\frac{1}{2}}\cdot 0,1^{-1}=$

воспользуемся свойствами степени

$=3^{3\sqrt{5}}\cdot 3^{-2\sqrt{5}}-\left(\frac{1}{4}\right)^{-0,5}\cdot\left(6^{2}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot 10=3^{3\sqrt{5}-2\sqrt{3}}-4^{0,5}\cdot 6\cdot 10=3^{\sqrt{5}}-2\cdot 6\cdot 10=3^{\sqrt{5}}-120=11,66-120=-108,34$

2) $6^{-\sqrt{8}}\cdot 6^{\sqrt{18}}-(-5)^{0}\cdot\left(4\sqrt{2}\right)^{2}+\sqrt[-5]{0,00032}$

<u>Решение</u>:

$6^{-2\sqrt{2}}\cdot 6^{3\sqrt{2}}-(-1)\cdot 16\cdot 2+\left(\frac{32}{100000}\right)^{-\frac{1}{5}}=6^{\sqrt{2}}+32+\left(\left(\frac{2}{10}\right)^{5}\right)^{-\frac{1}{5}}=6^{\sqrt{2}}+32+\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}=6^{\sqrt{2}}+32+5=49,6$

3)

$2^{\sqrt{80}}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{45}}+0,125^{-\frac{1}{3}}-\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{2}}=2^{\sqrt{80}}\cdot 2^{-\sqrt{45}}+8^{\frac{1}{3}}-8^{\frac{1}{2}}=2^{4\sqrt{5}}\cdot 2^{-3\sqrt{5}}+2-2\sqrt{2}=2^{\sqrt{5}}+2-2\sqrt{2}=3,88$

Вычислить самостоятельно:

1.19 $\left(\frac{1}{10}\right)^{-5}\cdot 10^{-2}+\frac{0,5^{-2}-\left(\frac{2}{7}\right)^{0}}{(-2)^{-2}}=10^{5}\cdot 10^{-2}+\frac{2^{2}-1}{\left(-\frac{1}{2}\right)^{2}}=10^{3}+\frac{3}{\frac{1}{4}}=1000+12=1012$;

1.21 $\sqrt{\sqrt{65}-7}\cdot\sqrt{\sqrt{65}+7}=\sqrt{65-49}=\sqrt{16}=4$;

2.2 $\left(3a^{\frac{2}{3}}-b^{-1}\right)\left(3a^{\frac{2}{3}}+b^{-1}\right)=\left(3a^{\frac{2}{3}}\right)^{2}-\left(b^{-1}\right)^{2}=9a^{\frac{4}{3}}-b^{-2}=9a\sqrt[3]{a}-\frac{1}{b^{2}}$;

2.4 $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{2}=2+\sqrt{3}+2\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{3}}+2-\sqrt{3}=4+2+\sqrt{4-3}=4+2\cdot 1=6$

с последующей проверкой результата.

Домашняя работа:

8	$\left(\sqrt{32}\right)^{\frac{2}{5}}$	$4^{-\frac{3}{2}}$	$64^{\frac{5}{6}}$	$32^{-\frac{3}{5}}$	$\left(\sqrt{27}\right)^{\frac{2}{3}}$	$32^{\frac{4}{5}}$	$\left(\sqrt{8}\right)^{\frac{2}{3}}$	$16^{-\frac{3}{4}}$
7	$4^{-\frac{1}{2}}$	$\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}$	$125^{-\frac{1}{3}}$	$\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}$	$16^{-\frac{1}{4}}$	$\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}$	$81^{-\frac{1}{4}}$	$\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}}$
6	$16^{\frac{1}{4}}$	$64^{\frac{1}{2}}$	$8^{\frac{1}{3}}$	$32^{\frac{1}{5}}$	$27^{\frac{1}{3}}$	$81^{\frac{1}{4}}$	$64^{\frac{1}{3}}$	$25^{\frac{1}{2}}$
5	$\left(\sqrt{7}\right)^{2}$	$\left(\sqrt{2}\right)^{8}$	$\left(\sqrt{5}\right)^{4}$	$\left(\sqrt{2}\right)^{10}$	$\left(\sqrt{6}\right)^{4}$	$\left(\sqrt{2}\right)^{6}$	$\left(\sqrt{3}\right)^{4}$	$\left(\sqrt{5}\right)^{0}$
4	$\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$	$\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$
3	6^{-2}	2^{-4}	3^{-3}	5^{-1}	3^{-4}	2^{-3}	7^{-2}	4^{-1}
2	$\left(\frac{1}{2}\right)^{5}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{3}$	$\left(\frac{3}{5}\right)^{2}$	$\left(\frac{3}{2}\right)^{1}$	$\left(\frac{4}{3}\right)^{3}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{4}$	$\left(\frac{2}{5}\right)^{3}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{2}$
1	3^{4}	4^{3}	2^{4}	5^{3}	2^{5}	3^{3}	5^{0}	2^{3}
	a	b	c	d	e	f	g	h